

ORIENTAÇÕES DE ESTUDOS DE

# MATEMÁTICA

1

1<sup>a</sup>  
SÉRIE




## Ensino Médio


Secretaria de  
Educação



GOVERNO DO ESTADO  
**RIO DE JANEIRO**

 /SeeducRJ

 /seeducrj

 /seeducrj



**Governo do Estado do Rio de Janeiro**

**Secretaria de Estado de Educação** Comte

Bittencourt

**Secretário de Estado de Educação** Andrea

Marinho de Souza Franco **Subsecretária de**

**Gestão de Ensino** Elizângela Lima

**Superintendente Pedagógica**

**Coordenadoria de Áreas do Conhecimento**

Maria Claudia Chantre

**Assistentes**

Carla Lopes

Fabiano Farias de Souza

Roberto Farias

Verônica Nunes

Catia Batista Raimundo

**Texto e conteúdo**

Prof. Evaldo de Lima

**C.E. Pastor Miranda Pinto**

Prof.<sup>a</sup> Fátima Cristina R. dos S. Magalhães

**C.E. João Proença**

Prof. Herivelto Nunes Paiva

**C.E. Pandiá Calógeras**

Prof. Jonas da Conceição Ricardo

**CIEP 394 Cândido Augusto Ribeiro Neto**

Prof. Lucas José Ribeiro

**C.E. Professor José Accioli**

Prof. Luciano Silva Terencio de Jesus

**CEJA Petrópolis**

Prof.<sup>a</sup> Mônica de Siqueira da Cunha

**C.E. Pastor Miranda Pinto**

## **Capa**

Luciano Cunha

## **Revisão de texto**

Prof<sup>a</sup> Alexandra de Sant Anna Amancio Pereira

Prof<sup>a</sup> Andreia Cristina Jacurú Belletti

Prof<sup>a</sup> Andreza Amorim de Oliveira Pacheco.

Prof<sup>a</sup> Cristiane Póvoa Lessa

Prof<sup>a</sup> Deolinda da Paz Gadelha

Prof<sup>a</sup> Elizabete Costa Malheiros

Prof<sup>a</sup> Ester Nunes da Silva Dutra

Prof<sup>a</sup> Isabel Cristina Alves de Castro Guidão

Prof José Luiz Barbosa

Prof<sup>a</sup> Karla Menezes Lopes Niels

Prof<sup>a</sup> Kassia Fernandes da Cunha

Prof<sup>a</sup> Leila Regina Medeiros Bartolini Silva

Prof<sup>a</sup> Lidice Magna Itapeassú Borges

Prof<sup>a</sup> Luize de Menezes Fernandes

Prof Mário Matias de Andrade Júnior

Paulo Roberto Ferrari Freitas

Prof<sup>a</sup> Rosani Santos Rosa

Prof<sup>a</sup> Saionara Teles De Menezes Alves

Prof Sammy Cardoso Dias

Prof Thiago Serpa Gomes da Rocha

Esse documento é uma curadoria de materiais que estão disponíveis na internet, somados à experiência autoral dos professores, sob a intenção de sistematizar conteúdos na forma de uma orientação de estudos.

© 2021 - Secretaria de Estado de Educação. Todos os direitos reservados.

Secretaria de  
Educação



GOVERNO DO ESTADO  
**RIO DE JANEIRO**

## Matemática – Orientação de Estudos

### Sumário:

|    |   |    |
|----|---|----|
| 1. | INTRODUÇÃO                              | 3  |
| 2. | Noção de conjuntos                      | 5  |
| 3. | Conjuntos Numéricos                     | 7  |
| 4. | Operações de conjuntos                  | 11 |
| 5. | Razão trigonométricas                   | 14 |
| 6. | Semirreta Esquerda, Aberta, de origem A | 17 |
| 7. | CONSIDERAÇÕES FINAIS                    | 19 |
| 8. | RESUMO                                  | 20 |
| 9. | INDICAÇÕES BIBLIOGRÁFICAS               | 20 |



## **ORIENTAÇÕES DE ESTUDOS para MATEMÁTICA**

1º Bimestre de 2020 - 1ª série do Ensino Médio

### **META:**

Apresentar os conceitos de conjuntos, assim como apresentar os conceitos iniciais de funções e trigonometria no triângulo retângulo .

### **OBJETIVOS:**

Ao final destas Orientações de Estudos, você deverá ser capaz de:

- 1) Compreender e utilizar as operações entre conjuntos.
- 2) Reconhecer os conjuntos numéricos.
- 3) Reconhecer a relação de dependência entre duas grandezas.
- 4) Efetuar operações trigonométrica envolvendo os ângulos notáveis.



## 1. INTRODUÇÃO

O conceito de conjunto é um dos mais primitivos da matemática assim como ponto, reta e plano. A primeira vez utilizado foi pelo matemático Greg Cantor (1845-1918). Matemático nascido em São Petersburgo (Rússia), estudou em Zurich, Göttingen e Berlim, concentrando-se em filosofia, física e matemática.

Segundo Cantor, a noção de conjunto designa um coleção de objetos bem definidos e discerníveis.

### **Aula 1 – Noções de Conjuntos**

#### **1. Noção de conjuntos**

Toda a matemática atual é formulada na linguagem de conjuntos. Portanto, a noção de conjunto é a mais fundamental: a partir dela, todos os conceitos matemáticos podem ser expressos. A noção básica de conjunto não é definida, ou seja, é aceita intuitivamente e, por isso, chamada noção primitiva.

Entendemos conjunto como uma coleção de objetos, os quais são chamados de elementos, uma vez que cada um deles pertence ao conjunto e possui uma característica em comum. Os elementos podem ser de qualquer espécie: pessoas, animais, letras, números e etc. Geralmente utilizamos letras maiúsculas (A, B, C, D,....) para indicar conjuntos e letras minúsculas (a, b, c, d,...) para elementos.

#### **2. Representação de um conjunto**

Podemos representar um conjunto por três formas:

### I) Por extensão

Os elementos são mostrados explicitamente entre chaves e separados por vírgulas ou ponto e vírgula.

**Exemplos:** Conjunto de todas as vogais de nosso alfabeto

$$V = \{a, e, i, o, u\}$$

### II) Por compreensão

Os elementos são descritos por uma propriedade característica comum a todos os elementos.

**Exemplos:** Conjunto de todas as vogais de nosso alfabeto

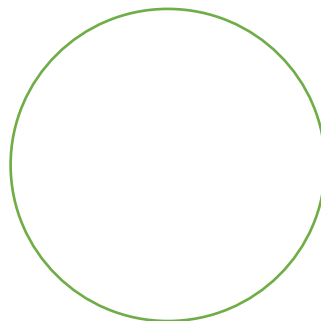
$$V = \{x \mid x \text{ é vogal}\}$$

→ {lê-se: tal que}

### III) Por diagrama

Nesta forma, o conjunto é representado por uma região plana, delimitada por uma linha fechada não entrecruzada. Os elementos desse conjunto são simbolizados por pontos no interior dessa região. Quando a linha utilizada é um círculo, estamos diante de um diagrama de VENN.

**Exemplos:**



## 3. Conjuntos importantes

### I. Conjunto vazio

É o conjunto que não possui elementos. É representado por  $\emptyset$  ou  $\{\}$ .

### II. Conjunto unitário

É o conjunto que apresenta um único elemento.

### III. Conjunto universo

É o conjunto de onde são retiradas as soluções de determinado problema.

Utilizamos a letra U para representar esse conjunto.

#### 4. Relação de pertinência

A relação de pertinência é utilizada somente entre Elemento e Conjunto.

Utilizamos os símbolos :

$\in \rightarrow$  pertence a

$\notin \rightarrow$  não pertence a

**Exemplo:** Dado o conjunto  $A = \{1,2,3,4\}$ , podemos afirmar que:

- i.  $1 \in A$
- ii.  $7 \notin A$
- iii.  $11 \notin A$
- iv.  $4 \in A$

#### 5. Relação de inclusão

A relação de inclusão é utilizada para relacionar dois conjuntos.

Utilizamos os símbolos:

$\subset \rightarrow$  está contido em

$\not\subset \rightarrow$  não está contido em

$\supset \rightarrow$  contém

$\not\supset \rightarrow$  não contém

**Exemplos:**

$$\{5,7\} \subset \{1,3,5,7,9,\dots\}$$

$$\{0,1,2,3,4,5,6\} \supset \{5,6\}$$

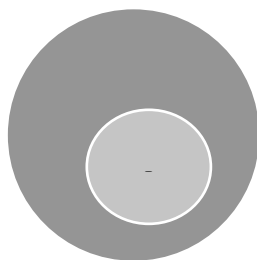
$$\{2,3,4\} \not\subset \{2,4,6,8,10\}$$

#### 6. Subconjuntos

Um conjunto A é subconjunto do conjunto B se, e somente se, todo elemento de A também pertence a B. Também podemos escrever pela notação

$$A \subset B.$$

Por diagrama:

**Observações importante:**

O conjunto vazio está contido em qualquer conjunto, ou seja, ele é subconjunto de qualquer conjunto.

Se um conjunto tem  $n$  elementos, então terá  $2^n$  subconjuntos.

**Exemplo:**

Dado o conjunto  $B = \{1,4,6\}$ , temos que  $n(B) = 3$ , logo  $B$  terá  $2^n = 2^3 = 8$  subconjuntos, quais sejam:

$$\emptyset, \{1\}, \{4\}, \{6\}, \{1,4\}, \{1,6\}, \{4,6\} \text{ e } \{1,4,6\}$$

**7. Igualdade de conjuntos**

Dois conjuntos  $A$  e  $B$  são iguais se todo elemento de  $A$  pertence a  $B$  e, reciprocamente, todo elemento  $B$  pertence a  $A$ .

**Exemplo:**

- Se  $A = \{2,4,6\}$  e seja  $B$  conjunto dos números naturais pares menores que 7, temos que  $A=B$ .

**Obs.: Conjuntos disjuntos são aqueles que não possuem elementos comuns.**

**8. Operações com conjuntos****a) União**

A união de dois conjuntos é o conjunto formado pelos elementos que pertencem a um ou ao outro conjunto.

$$A \cup B = \{x|x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

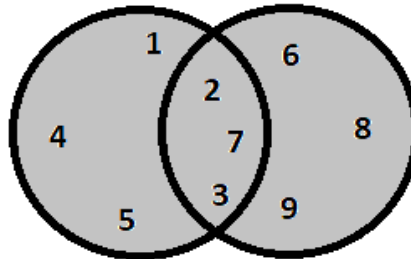
**Exemplo:**

$$A = \{1,2,3,4,5,7\}$$

$$B = \{2,3,6,7,8,9\}$$

$$A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

Pelo diagrama de Venn abaixo o conjunto  $(A \cup B)$  é representado pela região em cinza



### b) Interseção

A interseção de dois conjuntos é o conjunto formado pelos elementos que pertencem a ambos simultaneamente.

$$A \cap B = \{x|x \in A \text{ e } x \in B\}$$

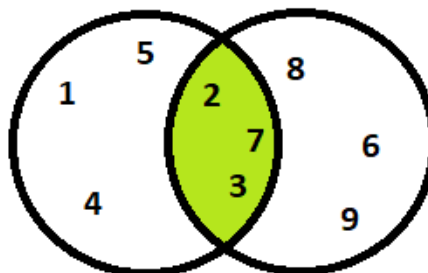
#### Exemplo:

$$A = \{1,2,3,4,5,7\}$$

$$B = \{2,3,6,7,8,9\}$$

$$A \cap B = \{2,3,7\}$$

Pelo diagrama de Venn abaixo conjunto  $(A \cap B)$  é representado pela região em verde



### c) Diferença

A diferença entre dois conjuntos é o conjunto formado pelos elementos que pertencem ao primeiro conjunto e não pertence ao segundo.

$$A - B = \{x|x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

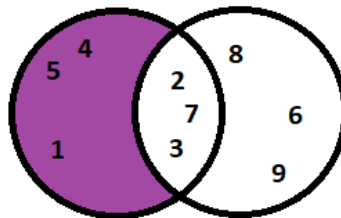
#### Exemplo:

$$A = \{1,2,3,4,5,7\}$$

$$B = \{2,3,6,7,8,9\}$$

$$A - B = \{1,4,5\}$$

Pelo diagrama de Venn abaixo o conjunto  $(A - B)$  é representado pela região em roxo

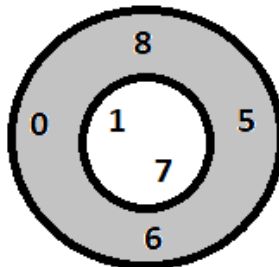


#### d) Complementar

Dados dois conjuntos, A e B, tais que  $A \subset B$ , chamamos de complementar de A em relação a B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a B e não pertencem a A, indicado por  $C_B^A$ .

$$C_B^A = B - A, A \subset B$$

Pelo diagrama de Venn abaixo o conjunto  $(B - A)$  é representado pela região em cinza



#### Exercícios de fixação

- 1) Escreva os conjuntos abaixo por extensão:
  - a)  $A = \{x|x \text{ é letra das palavras Rio de Janeiro}\}$
  - b)  $B = \{x|x \text{ é um numero positivo, primo e menor que } 10\}$
- 2) Quantos subconjuntos possui o conjunto  $A = \{3,4,5,6\}$ ?
- 3) Num colégio de 100 alunos, 80 gostam de sorvete de chocolate, 70 gostam de sorvete de creme e 60 gostam dos dois sabores. Quantos não gostam de nenhum dos dois sabores?
- 4) Sendo  $A = \{1,2,3,4\}$ ,  $B = \{1,3,4\}$ ,  $C = \{1,4\}$  calcule:

- a)  $A \cup B$
- b)  $A - B$
- c)  $B \cap C$
- d)  $(A \cup B) \cap C$

## Aula 2 - Conjuntos Numéricos

Denominamos conjuntos numéricos os conjuntos cujos elementos são números. Estudaremos nessa aula os conjuntos dos números **naturais**, dos **inteiros**, dos **racionais**, dos **irracionais** e por último o conjunto dos números **reais**.

### a) Conjunto dos números naturais (IN)

Os números naturais foram os primeiros a serem empregados pelos mais diversos povos antigos. Seu uso principal era relacionado a enumeração de objetos: dias até a colheita, membros em uma comunidade, animais utilizados na pecuária, etc.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

### b) Conjuntos dos números inteiros (Z)

O conjunto dos números inteiros contém todos os números naturais, o número 0 e os números inteiros negativos (que são os inteiros que estão à esquerda do zero, na representação na reta numérica). Ele é representado pelo símbolo Z e descrito sob a forma

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

(A notação Z para os inteiros foi introduzida por matemáticos alemães e deve-se ao fato de que, em alemão, Zahl é o mesmo que número.)

### c) Conjuntos dos números racionais (Q)

O conjunto Q dos números racionais surgiu a partir da necessidade prática de podermos representar uma fração (nesse sentido, uma parte de um todo) compreendo que os números racionais são descrito pelo quociente entre dois números inteiros sendo o denominador diferente de zero.

$$\mathbb{Q} = \{x \mid x = \frac{p}{q}, p \text{ e } q \in \mathbb{Z} \text{ e } q \neq 0\}$$

### Representação decimal de um número racional

Podemos escrever qualquer número racional na forma decimal basta dividir o numerador pelo denominador, podendo resultar em:

- i. **Decimal exato:** o número de casas decimais após a vírgula é finito.

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 2} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 20 \\ \underline{10} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$\frac{5}{2} \rightarrow$

- ii. **Dízima periódica:** a representação decimal de um número racional que possui um número infinito de casas decimais. Nas dízimas periódicas, sempre há uma parte que se repete

$$\begin{array}{r} 1 \overline{) 3} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$$

0,333..

#### d) Conjuntos dos números irracionais (I)

São números que não podem ser obtidos por meio de uma fração:

$$I = \{x \mid x \neq \frac{p}{q}, p \text{ e } q \in \mathbb{Z} \text{ e } q \neq 0\}$$

**Exemplo:**  $\sqrt{2}$ ,  $\pi$ , 52,1343290...

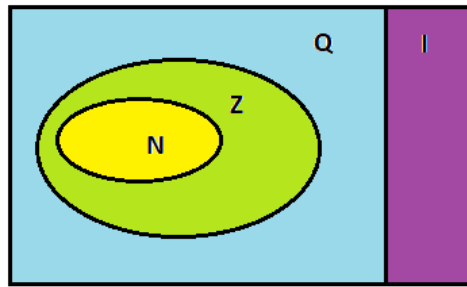
#### e) Conjuntos dos números reais

Conjunto dos números reais são aqueles formados por todos os números com representação decimal, isto é, os decimais exatos ou periódicos (números racionais) e os decimais não exato (números irracionais).

$$R = \{x \mid x \in \mathbb{Q} \text{ ou } x \in I\}$$

#### Reta numérica dos números reais

Nas aulas anteriores vimos que os números reais são formados pela união dos racionais com os números irracionais. Podemos representá-lo por diagrama dessa forma:



Podemos também representar tal conjunto a partir de uma reta enumerada onde cada ponto dessa reta corresponde a um único número real, organizado em ordem crescente (do menor para o maior) da esquerda para direita.

Obs.: antes de organizar os números na reta devemos escreve-lo na forma decimal para facilitar a sua localização.

Como já vimos, para escrever uma fração em decimal basta dividir numerador pelo denominador:

$$\begin{array}{r}
 5 \overline{) 2} \\
 0 \quad 2,5
 \end{array}
 \quad \longrightarrow \quad
 \frac{5}{2}$$

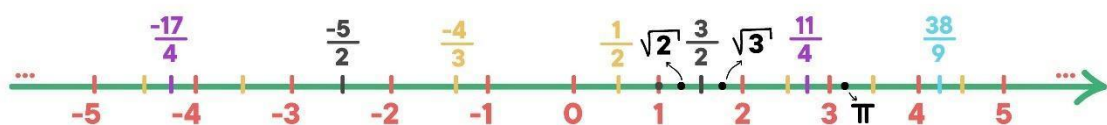
Para escrever a raiz quadrada utilizamos a seguinte forma

$$\sqrt{n} = \frac{n+p}{2 \times \sqrt{p}}, \text{ sendo } n \text{ o radicando e } p \text{ é o radicando da raiz exata mais}$$

próxima desse número. **(sendo n e p ∈ N)**

**Exemplo:**

$$\sqrt{7} = \frac{7+9}{2 \times \sqrt{9}} = \frac{16}{6} = 2,66666...$$



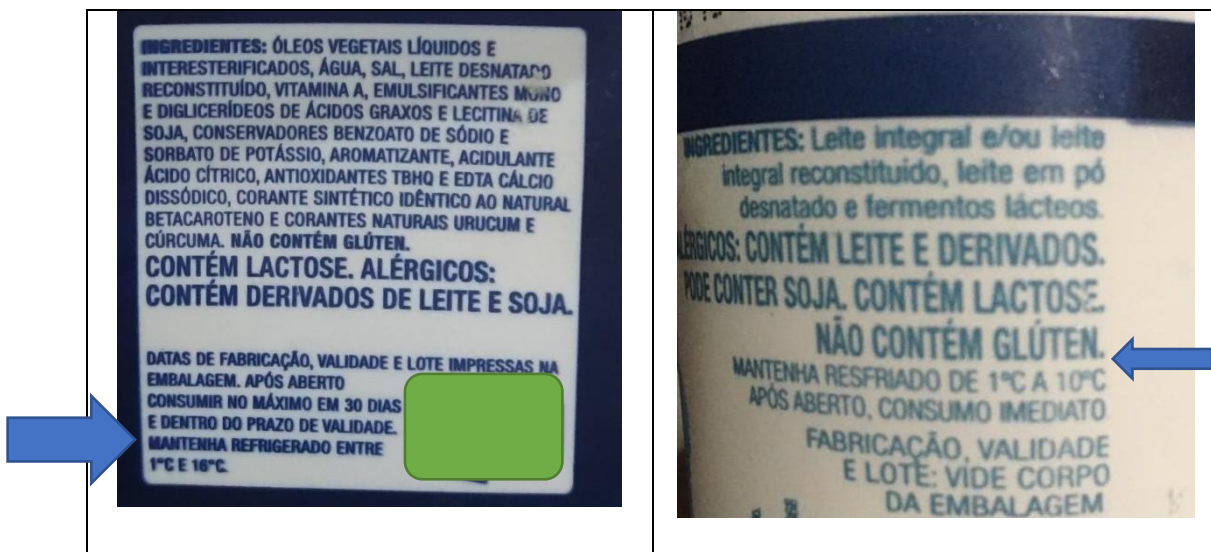
**Fonte:**

<https://www.google.com.br/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fblog.professorferrett>

[o.com.br%2Fnumeros-irracionais-e-reais%2F&psig=AOvVaw02rbFqrgFPRreAPLDhZY4zz&ust=1610367644193000&source=images&cd=vfe&ved=0CAIQjRxqFwoTCLDqyo6tke4CFQAAAAAdAA](http://o.com.br%2Fnumeros-irracionais-e-reais%2F&psig=AOvVaw02rbFqrgFPRreAPLDhZY4zz&ust=1610367644193000&source=images&cd=vfe&ved=0CAIQjRxqFwoTCLDqyo6tke4CFQAAAAAdAA)  
AAABAU

### Intervalo reais


Em nosso dia a dia certamente já nos deparamos com essas indicações de temperatura em cada rótulo de produtos alimentício:



O conjunto dos números reais possui também subconjuntos denominados intervalos, nos quais os elementos são determinados por meio de desigualdades. Sejam os números reais **a** e **b**, com **a < b**.


#### INTERVALOS FECHADOS

Representação Algébrica:  $[a, b]$  ou  $\{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$

Representação Geométrica: 

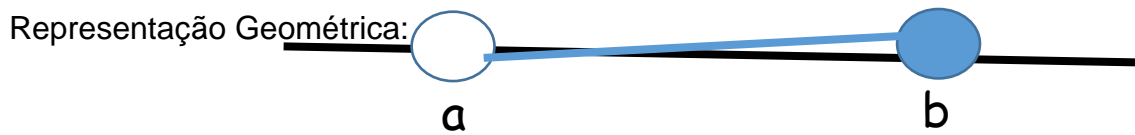
#### INTERVALOS ABERTOS

Representação Algébrica:  $]a, b[$  ou  $\{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$

Representação Geométrica: 

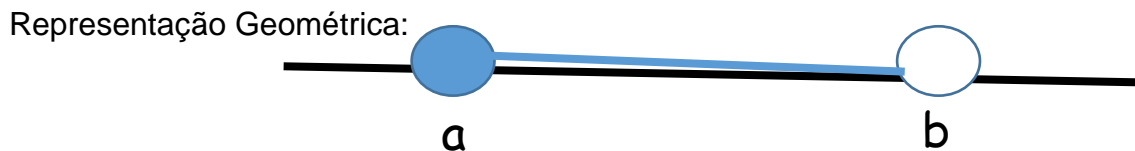
#### INTERVALO ABERTO À DIREITA

Representação Algébrica:  $]a, b]$  ou  $\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$



### INTERVALOS FECHADO À ESQUERDA

Representação Algébrica:  $[a, b[$  ou  $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$



Existe ainda os seguintes intervalos:

### SEMIRRETA ESQUERDA, FECHADA, DE ORIGEM B

Representação Algébrica:  $] - \infty, b]$  ou  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$

Representação Geométrica:



### SEMIRRETA DIREITA, FECHADA, DE ORIGEM A

Representação Algébrica:  $[a, +\infty [$  ou  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$



### SEMIRRETA DIREITA, ABERTA, DE ORIGEM A

Representação Algébrica:  $]a, +\infty [$  ou  $\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$

Representação Geométrica:

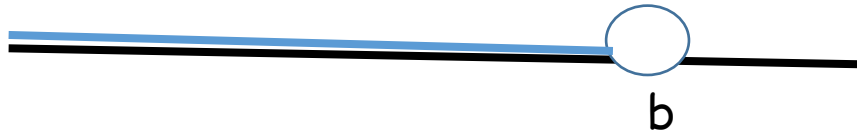


a

### SEMIRRETA ESQUERDA, ABERTA, DE ORIGEM A

Representação Algébrica:  $] - \infty , \square[$  ou  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$

Representação Geométrica:

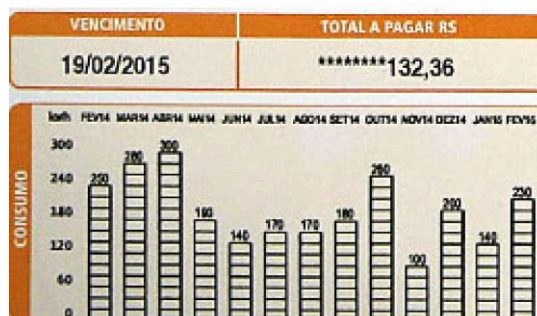


### Exercícios de fixação

- 1) Escreva os números reais em ordem crescente:  $\frac{19}{2}, \sqrt{7}, -7, -\frac{16}{2}$  e  $\pi$
- 2) Dado os intervalos reais abaixo represente os por extenso:
  - a)  $\{x \in \mathbb{N} \mid 5 \leq x < 11\}$
  - b)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x < 2\}$
- 3) Classifique as afirmações em verdadeiro (V) ou falso (F):
  - ( ) Todo natural tem um antecessor natural.
  - ( ) Todo racional é real.
  - ( ) Todo número inteiro tem um sucessor inteiro.
  - ( ) Todo racional é um irracional.
  - ( )  $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$

### Aula 3 - Definição de funções

Você parou para pensar o porquê da conta de luz ou água de uma residência poder apresentar variações dos seus valores durante o mês?



Fonte: <https://economia.uol.com.br/noticias/redacao/2015/03/17/primeira-conta-no-rj-apos-aumento-de-luz-chega-sem-historico-de-consumo.htm>

Isso ocorre porque as contas de luz, água ou telefonia (residencial), são calculadas a partir de seu consumo: à medida que se utiliza mais o serviço, maior será o valor a ser pago. A essa relação damos o nome de função.

O conceito de função é o mais utilizado na Matemática. Ele se aplica não somente a esta área, mas também à Física, à Química e à Biologia, entre outras. Além disso, está muito presente em nosso dia a dia, ajudando a compreender melhor o mundo que nos cerca.

### A construção de uma tabela

Para relacionar duas grandezas que dependem uma da outra utilizamos uma tabela. A que segue mostra a bula de um remédio. Vejamos abaixo:

#### Exemplo 1:

#### MODO DE USAR OU POSOLOGIA: 5 gotas a cada 20 kg de peso

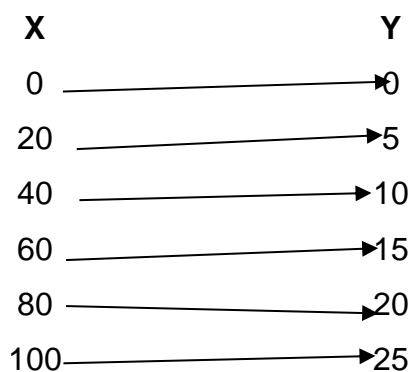
Pela tabela abaixo, podemos ver a variação dessa função:

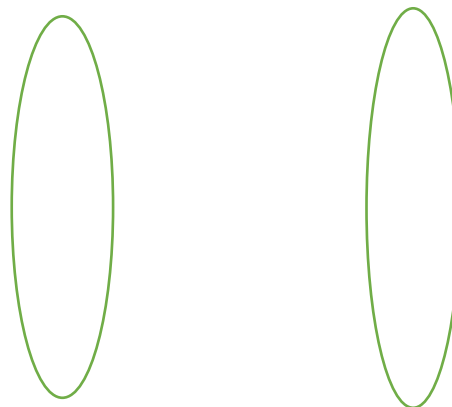
|             |    |    |    |    |     |
|-------------|----|----|----|----|-----|
| Peso (Kg)   | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 |
| Nº de gotas | 5  | 10 | 15 | 20 | 25  |

### Representação por diagrama

É também muito comum representarmos a dependência entre duas grandezas que variam (variáveis) utilizando conjuntos e flechas. Observe como ficariam representadas as funções apresentadas na tabela:

No caso do remédio, chamaremos **X** o conjunto dos valores que expressam os pesos e **Y** o conjunto do número de gotas. Observe que, para cada peso, corresponde uma única dose do remédio. Caso





contrário, continuaríamos sem saber que dose administrar e não teríamos uma função.

### Notação de uma função

Utilizamos a letra  $f$  para representar uma função. Na matemática, como você já sabe, utilizamos letras para representar grandezas variáveis. Numa função, temos sempre duas variáveis: chamamos  $x$  a variável do primeiro conjunto e  $y$  a variável que depende do valor da primeira. Assim:

**$y = f(x)$  significa que  $y$  é função de  $x$**

### Domínio, contradomínio e Imagem

No exemplo anterior, o conjunto  $X$  dos números que expressam o **peso** é chamado de **domínio** e o conjunto  $Y$  dos números que expressam a **quantidade de gotas** é chamado de **imagem**.

### Lei de formação de uma função

Definimos como Lei de Formação uma maneira intuitiva de associar o valor de  $x$  a um único valor de  $y$  ou  **$f(x)$**  através de uma expressão algébrica. Com isso, podemos escrever uma função matemática. Para realizar essa associação podemos utilizar uma tabela. Vejamos abaixo alguns exemplos:

#### Exemplo 1:

A tarifa de aplicativo no Rio de Janeiro é formada por: R\$ 1,70 preço inicial e mais R\$ 2,20 por km rodado.

Então, determine:



- Qual é a lei de formação que define qualquer corrida nesse aplicativo no Rio de Janeiro?
- Se uma pessoa pegou o aplicativo e percorreu 10 km, quanto ela pagará?
- Se uma pessoa pagou R\$ 14,90 em uma corrida, quantos km ela percorreu?

Resolução:

a) Podemos obter a lei de formação nesse caso, a lei de formação será:  $y = 1,7 + 2,2x$ , onde  $y$  é o valor total a pagar e  $x$  é a quantidade de quilômetros rodados.

b) Substituindo o valor de  $x$  por 10 km na lei de formação:  $y = 1,7 + 2,2x$ , teremos:

$$Y = 1,7 + 2,2 \cdot (10) = 1,7 + 22 = 23,7.$$

Logo, ele pagará R\$ 23,70.

c) Substituindo o valor de  $y$ , que é o valor pago pela corrida, vamos ter a seguinte expressão:

$$y = 1,7 + 2,2x$$

$$14,9 = 1,7 + 2,2x$$

$$2,2x = 14,9 - 1,7$$

$$2,2x = 13,2$$

$$X = \frac{13,2}{2,2}$$

$$X = 6 \text{ km}$$

## Gráfico de uma função

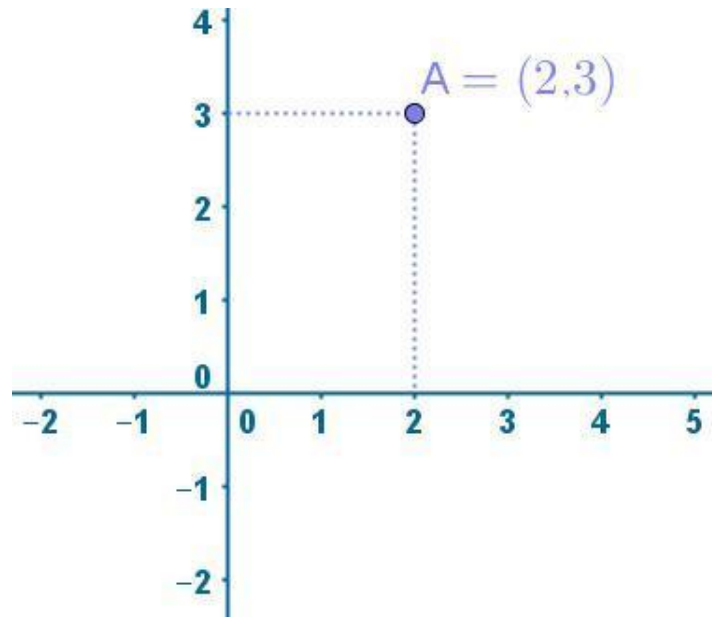
Frequentemente, você se depara com tabelas e gráficos em jornais, revistas e empresas que tentam transmitir de forma simples fatos do dia a dia. Fala-se em elevação e queda da Bolsa de Valores, de lucros de empresas, de inflação, e apresenta-se um gráfico. Fala-se também em máximos e mínimos, variação lenta, variação rápida. Tudo isso, a partir da leitura de gráficos.

## Construção do Gráfico

Quando trabalhamos com funções, a construção de gráficos é de extrema importância. Podemos dizer que: assim como vemos nossa imagem refletida no espelho, o gráfico de uma função é o seu reflexo. Através do gráfico, podemos definir de que tipo é a função mesmo sem saber qual é a sua lei de formação. Isso porque cada função tem sua [representação gráfica](#) particular. Independente da função trabalhada, é fundamental conhecer algumas definições:

**Plano Cartesiano** → é o ambiente onde o gráfico será construído. Ele é estabelecido pelo encontro dos eixos cartesianos **x** e **y**, conhecidos como **eixo das abcissas** e **eixo das ordenadas**, respectivamente.

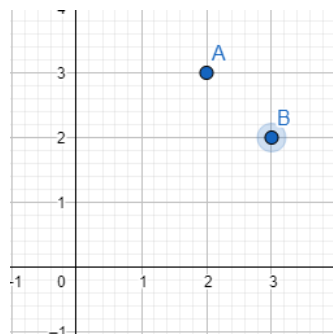
Cada ponto do gráfico é conhecido como **par ordenado**, pois ele é formado pelo encontro de um valor das abcissas com um valor das ordenadas. A linha que une os pares ordenados é conhecida como curva da função.



Fonte:

<https://www.google.com.br/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fbrasilecola.uol.com.br%2Fo-que-e%2Fmatematica%2Fo-que-e-plano-cartesiano.htm&psig=AOvVaw0uCXBGDmZg7D-lpcwHyT3b&ust=1610408925284000&source=images&cd=vfe&ved=0CAIQjRxqFwoTCOCTpfLGku4CFQAAAAAdAAAAABAf>

Representação do ponto de coordenadas (2,3) no plano cartesiano reparem que os pontos A(2,3) e B(3,2) são diferentes.



Vamos ver aqui alguns princípios básicos para a construção do gráfico de uma função, seja ela uma [função do 1º grau](#) ou uma [função do 2º grau](#).

**1º) Escolher valores para x**

Para iniciar a construção do gráfico, é necessário escolher valores para a variável  $x$ . Esses valores serão substituídos na lei de formação da função para que o valor correspondente de  $y$  seja determinado, bem como o par ordenado. Para montar o gráfico de uma função do 1º grau, é necessário encontrar apenas dois pontos que já visualizamos no gráfico.

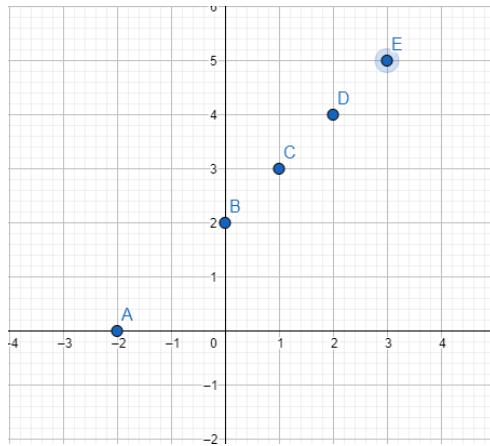
É também importante escolher valores próximos, como números subsequentes. Além disso, é sempre bom saber os pontos em que  $x = 0$  e  $y = 0$  (zero da função).

Considere a função  $y = x + 2$ . Montaremos uma tabela com os valores de  $x$  para encontrar os valores de  $y$ :

| X                              | y                             | (x,y)    |
|--------------------------------|-------------------------------|----------|
| $0 = x + 2 \rightarrow x = -2$ | <b>0</b>                      | ( -2,0 ) |
| <b>0</b>                       | $y = 0 + 2 = 2 \rightarrow 2$ | ( 0 , 2) |
| <b>1</b>                       | $y = 1 + 2 = 2 \rightarrow 3$ | ( 1 , 3) |
| <b>2</b>                       | $y = 2 + 2 = 2 \rightarrow 4$ | ( 2 , 4) |
| <b>3</b>                       | $y = 3 + 2 = 2 \rightarrow 5$ | ( 3 , 5) |

## 2º) Encontrar os pares ordenados no plano cartesiano

Lançando cada um desses pares ordenados no plano cartesiano, encontramos os seguintes pontos:



Pares ordenados lançados no plano cartesiano.

### 3º) Traçando o gráfico

Basta ligar os pontos através de uma reta para determinar o gráfico da função

$$y = x + 2.$$

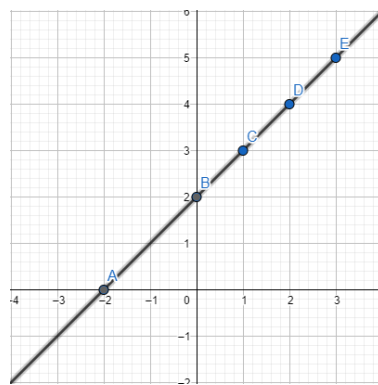


Gráfico da função  $y = x + 2$

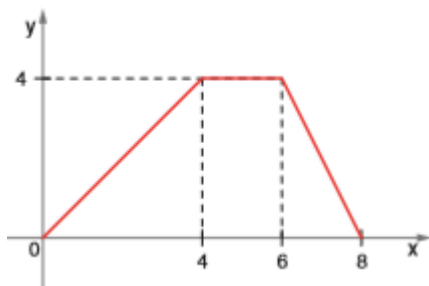
#### Exercícios de fixação:

- 1) Sabendo-se  $f(x) = 5x - 2$ , determine  $f(4)$ :
- 2) (ENEM) A figura abaixo representa o boleto de cobrança da mensalidade de uma escola, referente ao mês de junho de 2008.

| Banco S.A.   |  |
|--|--|
| Pagável em qualquer agência bancária até a data de vencimento  | vencimento<br>30/06/2008   |
| Cedente<br>Escola de Ensino Médio  | Agência/cid. cedente   |
| Data documento<br>02/06/2008   | Nosso número   |
| Uso do banco   | (=) Valor documento<br>R\$ 500,00  |
| Instruções:<br>Observação: no caso de pagamento em atraso, cobrar multa de R\$ 10,00 mais 40 centavos por dia de atraso. | (-) Descontos<br>(-) Outras deduções<br>(+) Mora/Multa<br>(+) Outros acréscimos<br>(=) Valor Cobrado |

Se  $M(x)$  é o valor, em reais, da mensalidade a ser paga, em que  $x$  é o número de dias em atraso, então

- a)  $M(x) = 500 + 0,4x$ .  
b)  $M(x) = 500 + 10x$ .  
c)  $M(x) = 510 + 0,4x$ .  
d)  $M(x) = 510 + 40x$ .  
e)  $M(x) = 500 + 10,4x$ .
- 3) Esboce o gráfico da função  $y = x + 2$ :
- 4) (UFF-RJ) O gráfico da função  $f$  está representado na figura a seguir.



Sobre a função  $f$  é falso afirmar que:

- a)  $f(1) + f(2) = f(3)$   
b)  $f(2) = f(7)$   
c)  $f(3) = 3f(1)$   
d)  $f(4) - f(3) = f(1)$   
e)  $f(2) + f(3) = f(5)$

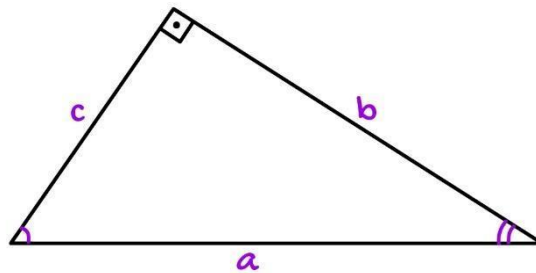
## Aula 4 - Razão trigonométricas

As razões (ou relações) trigonométricas estão relacionadas com os ângulos de um **triângulo retângulo**. As principais são: o seno, o cosseno e a tangente.

As relações trigonométricas são o resultado da divisão entre as medidas de dois lados de um triângulo retângulo, e por isso são chamadas de razões.

### Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo

É sabido da Geometria plana que triângulo retângulo é aquele que apresenta um ângulo reto e portanto os outros ângulos agudos (menores que  $90^\circ$ ) complementares



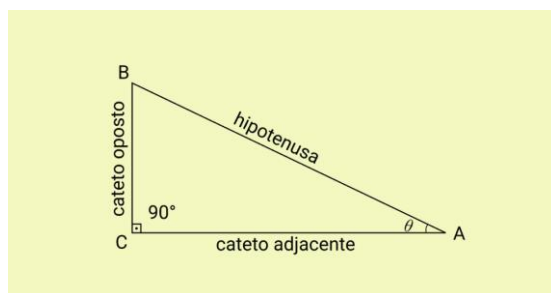
Fonte:

<https://www.google.com.br/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fblog.professorferrett.com.br%2Frelacoes-metricas-no-triangulo-retangulo%2F&psig=AOvVaw0JY4ICMzV9k-eNBrDy2yDS&ust=1610454064184000&source=images&cd=vfe&ved=0CAIQjRxqFwoTCLC6qJfvk-4CFQAAAAAdAAAAABAD>

Observe que os ângulos agudos de um triângulo retângulo são chamados de complementares. Ou seja, se um deles tem medida  $x$ , o outro terá a medida  $(90^\circ - x)$ .

### Lados do Triângulo Retângulo: Hipotenusa e Catetos

Em um triângulo retângulo os ângulos agudos estão associados aos números seno, cosseno e tangente, definidos seguir:



Fonte:

<https://www.google.com.br/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fconhecimentocientifico.r7.com%2Ftriangulo-retangulo%2F&psig=AOvVaw3M1v8YZbP-1HAtUzjmrqSL&ust=1610454413565000&source=images&cd=vfe&ved=0CAIQjRxqFwoTCOiq5K7wk-4CFQAAAAAdAAAAABAD>

Feita essa observação, as **razões trigonométricas no triângulo retângulo** são:

**Seno** – é a razão entre o cateto oposto ao ângulo e a hipotenusa.

$$\text{Sen } \Theta = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

Lê-se cateto oposto sobre a hipotenusa.

**Cosseno** - é a razão entre o cateto adjacente ao ângulo e a hipotenusa.

$$\text{Cos } \Theta = \frac{\text{Cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

Lê-se cateto adjacente sobre a hipotenusa.

**Tangente** - é a razão entre o cateto oposto ao ângulo e a hipotenusa.

$$\text{tg } \Theta = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Cateto adjacente}}$$

Lê-se cateto oposto sobre o cateto adjacente.

Vale lembrar que pelo conhecimento de um ângulo agudo e a medida de um dos lados de um triângulo retângulo, podemos descobrir o valor dos outros dois lados.

### Ângulos notáveis

Os ângulos de 30°, 45° e 60° são chamados de notáveis, pois são os que com mais frequência calculamos.

Sendo assim, é importante conhecer os valores do seno, cosseno e tangente desses ângulos.

Tabela dos ângulos notáveis

A tabela abaixo é muito útil e pode ser facilmente construída, seguindo os passos indicados.

|          | 30°                  | 45°                  | 60°                  |
|----------|----------------------|----------------------|----------------------|
| seno     | $\frac{1}{2}$        | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| cosseno  | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        |
| tangente | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           |

### Exercícios de fixação:

1) **(Cefet – PR)** A rua Tenório Quadros e a avenida Teófilo Silva, ambas retilíneas, cruzam-se conforme um ângulo de 30°. O posto de gasolina Estrela do Sul encontra-se na avenida Teófilo Silva a 4 000 m do citado cruzamento. Sabendo que o percurso do posto Estrela do Sul até a rua tenório quadros forma um ângulo de 90° no ponto de encontro do posto com a rua Teófilo Silva, determine em quilômetros, a distância entre o posto de gasolina Estrela do Sul e a rua Tenório Quadros?

2) **(IFSP 2014 )** Uma forma pouco conhecida de arte é a de preenchimento de calçadas com pedras, como vemos na calçada encontrada em Brazilândia - DF, conforme a figura.



(www.dzai.com.br/blogdaconceicao/blogdaconceicao?tv\_pos\_id=27008 Acesso em: 25.10.2013)

Em relação ao desenho da calçada, considere o seguinte:

- todos os triângulos são retângulos;
- cada triângulo possui um ângulo de 30°; e
- a hipotenusa de cada triângulo mede 100 cm.

Com base nas informações acima, os catetos de cada triângulo medem, em cm,

- a) 25 e  $25\sqrt{3}$
- b) 25 e  $25\sqrt{2}$
- c) 25 e  $50\sqrt{3}$
- d) 50 e  $50\sqrt{3}$
- e) 50 e  $50\sqrt{2}$

### Resumo

Nesta aula:

Vimos a importância dos conjuntos e suas aplicações, para desenvolvimento da matemática como uma linguagem universal para matemática espera-se que sido possível aprender os conceitos de funções: plano cartesiano, domínio contra-domínio e imagem. Aprendemos a importância da trigonometria no retângulo.

### Referências Bibliográficas

- [1] IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos de Matemática Elementar 1: Conjuntos e funções. 8 ed. São Paulo: Atual, 2006
- [2] IEZZI, Gelson; ET al. Matemática, Ciências e Aplicações 1; 6ª edição. São Paulo; Saraiva, 2017.
- [3] ELON, L.L; Carvalho, Paulo C.P; Morgado, Augusto C.; Wagner, Eduardo et al.: A Matemática do Ensino Médio, 5ª ed V. 01- Rio de Janeiro: SBM 2004
- [4] Ávila, Roberto, Teoria e Questões de Matemática, 1ª ed. Rio de Janeiro: XYZ 2014